

令和6年度 学校推薦型選抜 入学試験問題

小論文 A

工学部

(機械システム工学科 電気電子システム工学科 都市システム工学科 情報工学科)

解答例

- ⑤ 解答用紙（その1）、（その2）、（その3）、（その4）には、それぞれ問題 1、2、3、4 の解答を記述しなさい。

問 1. $a \cdot (-b) \cdot (-2c) + a \cdot c \cdot 3b + b \cdot 2a \cdot (-2c) + b \cdot c \cdot a + c \cdot 2a \cdot 3b + c \cdot (-b) \cdot a = (2+3-4+1+6-1)abc = \underline{7abc}$

問 2. 求めるものは $(8 + 16 + \dots + 1024) - 8$ である。 $S = 8 + 16 + 32 + \dots + 1024$ とおくと、
 $2S = 16 + 32 + \dots + 1024 + 2048$ であるから辺々引くと、 $S = 2048 - 8 = 2040$ となる。 よって、
 答えは $2040 - 8 = \underline{2032}$ である。

問 3. 一般に $\log_{a^r} b^r = \log_a b$ が成り立つから、 $\log_{\sqrt{5}} \sqrt{2} = \log_5 2$, $\log_{27} 125 = \log_3 5$ が成り立つ。
 よって、

$$\log_2 9 \cdot \log_{\sqrt{5}} \sqrt{2} \cdot \log_{27} 125 = 2 \log_2 3 \cdot \log_5 2 \cdot \log_3 5 = 2 \log_2 3 \cdot \frac{\log_2 2}{\log_2 5} \cdot \frac{\log_2 5}{\log_2 3} = \underline{2}$$

問 4. 題意を満たすのは、出る目の数字の組が $(1, 2, 6), (1, 3, 5), (1, 4, 4), (2, 2, 5), (2, 3, 4), (3, 3, 3)$ の場合であるから、求める確率は

$$\frac{3 \times 3! + 2 \times 3 + 1}{6^3} = \frac{18 + 6 + 1}{216} = \underline{\frac{25}{216}}$$

問 5. $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ となる実数 k が存在する $\Leftrightarrow (x, 11, z) - (1, 2, 4) = k\{(2, 5, 6) - (1, 2, 4)\} \Leftrightarrow x - 1 = k$,
 $11 - 2 = 3k$, $z - 4 = 2k$ より、 $k = 3$, $\underline{x = 1 + k = 4}$, $\underline{z = 4 + 2k = 10}$ となる。

問 1. $z = (1+i)^3 = 2i(1+i) = -2+2i = 2\sqrt{2} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i \right) = \underline{2\sqrt{2} \left(\cos \frac{3}{4}\pi + i \sin \frac{3}{4}\pi \right)}$

問 2. (与式) $= \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}} = \underline{1}$

問 3. $f'(x) = \left(\frac{2 - (1+x^2)}{1+x^2} \right)' = \left(\frac{2}{1+x^2} - 1 \right)' = 2((1+x^2)^{-1})' = 2 \cdot (-1) \cdot (1+x^2)^{-2} \cdot 2x = \underline{\frac{-4x}{(1+x^2)^2}}$

問 4. (i) (与式) $= \int_0^1 (e^{3x} + e^{-x}) dx = \left[\frac{1}{3}e^{3x} - e^{-x} \right]_0^1 = \frac{1}{3}(e^3 - 1) - (e^{-1} - 1) = \underline{\frac{1}{3}e^3 - \frac{1}{e} + \frac{2}{3}}$

(ii) (与式) $= \int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx + \int_1^9 \sqrt[3]{x-1} dx = \int_0^1 (1-x)^{\frac{1}{3}} dx + \int_1^9 (x-1)^{\frac{1}{3}} dx$
 $= \left[-\frac{3}{4}(1-x)^{\frac{4}{3}} \right]_0^1 + \left[\frac{3}{4}(x-1)^{\frac{4}{3}} \right]_1^9 = -\frac{3}{4}(0-1) + \frac{3}{4}(8^{\frac{4}{3}} - 0) = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} \cdot 16 = \underline{\frac{51}{4}}$

問1. 斜面の傾き角度が θ_0 で物体が滑り出す直前では、物体に働いている力は釣り合っている。物体に働く垂直抗力を N とすると

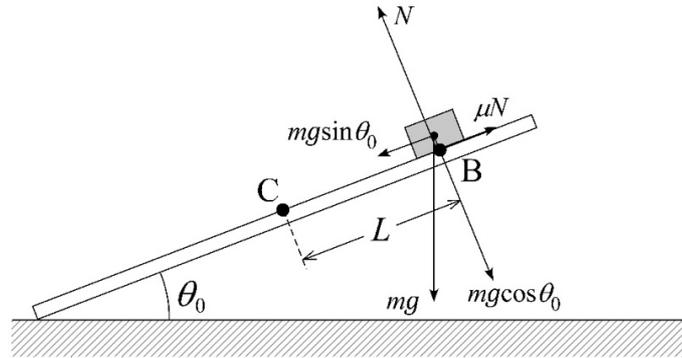
斜面方向における力の釣り合いより

$$mg \sin \theta_0 = \mu N$$

斜面に垂直方向における力の釣り合いより

$$mg \cos \theta_0 = N$$

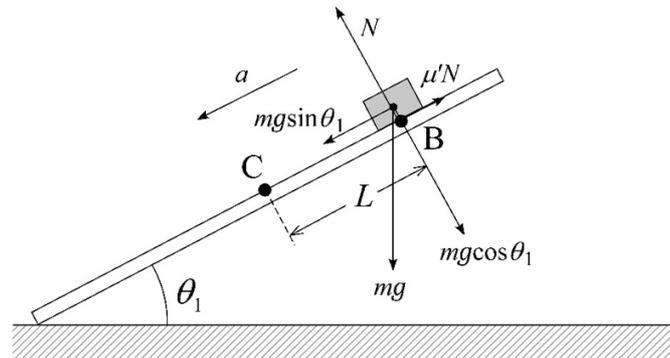
これらの式より N を消去すると、 $\mu = \tan \theta_0$



問2. 斜面方向の運動方程式は $ma = mg \sin \theta_1 - \mu' N$

斜面に垂直方向の力のつりあいの式は $mg \cos \theta_1 = N$

これらより N を消去すると、 $a = g(\sin \theta_1 - \mu' \cos \theta_1)$



問3. 問2の答えから等加速度直線運動であることがわかるので、変位 x 、加速度 a 、速度 v, v_0 の関係を表す公式 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ より

$$v^2 - 0 = 2aL$$

これより、 $v = \sqrt{2aL}$ なので、問2の a を代入すると

$$v = \sqrt{2gL(\sin \theta_1 - \mu' \cos \theta_1)}$$

(別解) 初期変位、初速は共に0である条件の下で、 a は定数なので $v = at$

これよりさらに、 $L = \frac{1}{2}at^2$

2式から t を消去すると、 $v = \sqrt{2aL}$ となり、問2の a を代入すると同じ答えとなる。

問4. ①

理由：問2で求めたように斜面上では等加速度直線運動となる。 $v-t$ グラフの傾きが加速度 a であるから、傾きが一定の直線でなければならない。よって、①か②のどちらかが正解である。②、④のように点Cで速さが急に変化することはない。したがって、正解は①である。

問 1. コックを閉じた状態では、容器 A, B でそれぞれ、下記の理想気体の状態方程式が成立する。

$$\text{容器 A: } P_A \times 2V = 5n \times R \times 2T$$

$$\text{容器 B: } P_B \times V = 4n \times R \times T$$

$$\text{したがって, } P_A = \frac{5nRT}{V} \text{ [Pa]} \quad P_B = \frac{4nRT}{V} \text{ [Pa]}$$

問 2. 単原子分子の理想気体なので、容器 A, B でそれぞれ、

$$(\text{気体の内部エネルギー}) = \frac{3}{2} (\text{物質質量}) \times (\text{気体定数}) \times (\text{絶対温度})$$

が成立する。したがって、

$$U_A = \frac{3}{2} \times 5n \times R \times 2T = 15nRT \text{ [J]}$$

$$U_B = \frac{3}{2} \times 4n \times R \times T = 6nRT \text{ [J]}$$

問 3. コックを開くと断熱状態を保ちながら気体が容器 A, B 間を移動する。この過程は断熱過程で、かつ仕事は 0 なので、熱力学第 1 法則の式

$$\begin{aligned} (\text{気体の内部エネルギーの変化 } \Delta U) \\ = (\text{気体が受け取った熱量 } Q) + (\text{気体がされた仕事 } W) \end{aligned}$$

より、コックを開く前と開いた後で、気体の内部エネルギーは変化しない。よって、次の内部エネルギー保存の式が成り立つ。

$$U_A + U_B = \frac{3}{2} (5n + 4n) R T'$$

$$15nRT + 6nRT = \frac{27}{2} nRT'$$

$$\text{したがって, } T' = \frac{14}{9} T \text{ [K]}$$

問 4. コックが開いた後なので、容器 A と B を 1 つの容器と考え、問 3 の結果を状態方程式に代入して、

$$P'(3V) = 9nRT' = 9nR \frac{14}{9} T$$

$$\text{したがって, } P' = \frac{14nRT}{3V} \text{ [Pa]}$$

問 5. コックを開いた後は、容器 A と B が 1 つにつながり、容積 $3V[\text{m}^3]$ の中に $9n[\text{mol}]$ の気体が均一に広がることになる。このときの容器 A, B 内の気体の物質質量は、それぞれの容積比を使って下記のように求めることができる。

$$\text{容器 A: } 9n \times \frac{2V}{3V} = 6n \quad \text{物質質量の変化は } 6n - 5n = n$$

$$\text{容器 B: } 9n \times \frac{V}{3V} = 3n \quad \text{物質質量の変化は } 3n - 4n = -n$$

したがって、容器 A は $n[\text{mol}]$ 増加し、容器 B は $n[\text{mol}]$ 減少した。